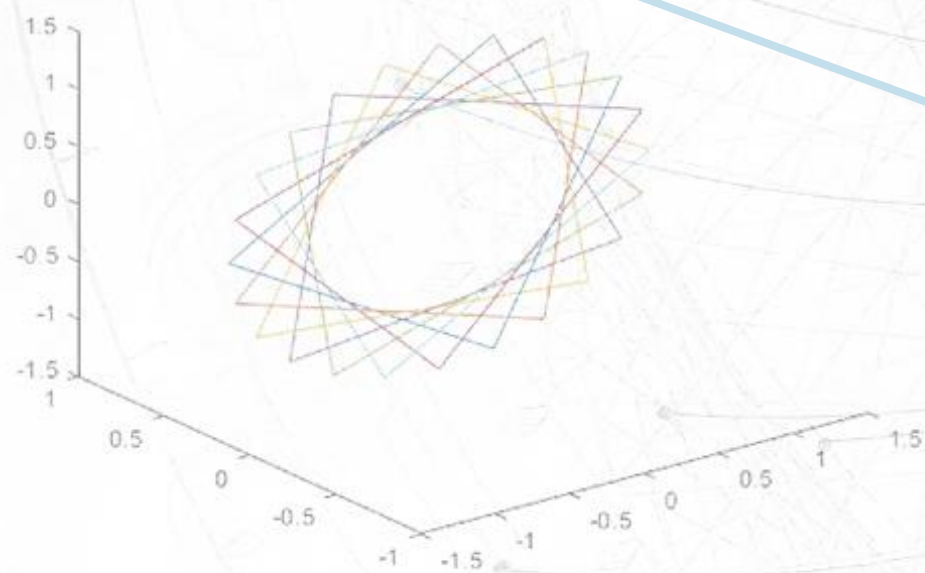


# 打造一流资源 推动教学创新

厦门大学数学科学学院 杜妮

2023.03.25



$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$





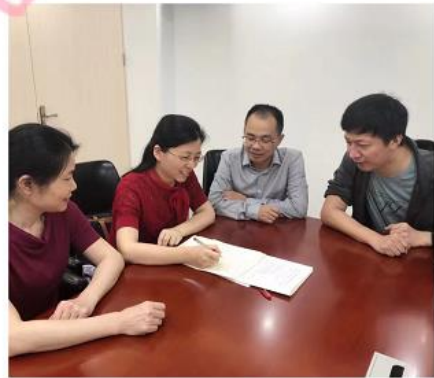
# 厦门大学高等代数教学团队







# 厦门大学“高等代数”线上资源



《高等代数习题课》



《高等代数（上）》



《高等代数（下）》



国家级精品课程

<http://gdjpkc.xmu.edu.cn>



国家级资源共享课

[http://www.icourses.cn/sCourse/course\\_3077.html](http://www.icourses.cn/sCourse/course_3077.html)



国家级一流本科课程

<http://www.icourse163.org/course/XMU-1002554004>

<http://www.icourse163.org/course/XMU-1001951004>





# 一流课程资源

## 教学视频

The image displays a grid of 60 small video thumbnails, each representing a different lecture or topic in a linear algebra course. The thumbnails are arranged in 6 rows and 10 columns. Each thumbnail shows a different instructor in a classroom setting, often pointing at a whiteboard or chalkboard filled with mathematical equations and diagrams. The topics covered include:

- 1.1 矩阵 (Matrix)
- 1.2 行列式 (Determinant)
- 1.3 逆矩阵 (Inverse Matrix)
- 1.4 线性方程组 (System of Linear Equations)
- 1.5 特征值和特征向量 (Eigenvalues and Eigenvectors)
- 1.6 二次型 (Quadratic Form)
- 1.7 相似矩阵 (Similar Matrices)
- 1.8 正交矩阵 (Orthogonal Matrices)
- 1.9 对称矩阵 (Symmetric Matrices)
- 1.10 实对称矩阵 (Real Symmetric Matrices)

The thumbnails are interspersed with mathematical symbols and equations, such as  $\alpha \in V$ ,  $\det(\lambda A)$ ,  $\lambda_1 + \lambda_2$ ,  $\lambda_1 \lambda_2$ ,  $\lambda_1^2 + \lambda_2^2$ ,  $\lambda_1^3 + \lambda_2^3$ ,  $\lambda_1^4 + \lambda_2^4$ ,  $\lambda_1^5 + \lambda_2^5$ ,  $\lambda_1^6 + \lambda_2^6$ ,  $\lambda_1^7 + \lambda_2^7$ ,  $\lambda_1^8 + \lambda_2^8$ ,  $\lambda_1^9 + \lambda_2^9$ ,  $\lambda_1^{10} + \lambda_2^{10}$ ,  $\lambda_1^{11} + \lambda_2^{11}$ ,  $\lambda_1^{12} + \lambda_2^{12}$ ,  $\lambda_1^{13} + \lambda_2^{13}$ ,  $\lambda_1^{14} + \lambda_2^{14}$ ,  $\lambda_1^{15} + \lambda_2^{15}$ ,  $\lambda_1^{16} + \lambda_2^{16}$ ,  $\lambda_1^{17} + \lambda_2^{17}$ ,  $\lambda_1^{18} + \lambda_2^{18}$ ,  $\lambda_1^{19} + \lambda_2^{19}$ ,  $\lambda_1^{20} + \lambda_2^{20}$ ,  $\lambda_1^{21} + \lambda_2^{21}$ ,  $\lambda_1^{22} + \lambda_2^{22}$ ,  $\lambda_1^{23} + \lambda_2^{23}$ ,  $\lambda_1^{24} + \lambda_2^{24}$ ,  $\lambda_1^{25} + \lambda_2^{25}$ ,  $\lambda_1^{26} + \lambda_2^{26}$ ,  $\lambda_1^{27} + \lambda_2^{27}$ ,  $\lambda_1^{28} + \lambda_2^{28}$ ,  $\lambda_1^{29} + \lambda_2^{29}$ ,  $\lambda_1^{30} + \lambda_2^{30}$ ,  $\lambda_1^{31} + \lambda_2^{31}$ ,  $\lambda_1^{32} + \lambda_2^{32}$ ,  $\lambda_1^{33} + \lambda_2^{33}$ ,  $\lambda_1^{34} + \lambda_2^{34}$ ,  $\lambda_1^{35} + \lambda_2^{35}$ ,  $\lambda_1^{36} + \lambda_2^{36}$ ,  $\lambda_1^{37} + \lambda_2^{37}$ ,  $\lambda_1^{38} + \lambda_2^{38}$ ,  $\lambda_1^{39} + \lambda_2^{39}$ ,  $\lambda_1^{40} + \lambda_2^{40}$ ,  $\lambda_1^{41} + \lambda_2^{41}$ ,  $\lambda_1^{42} + \lambda_2^{42}$ ,  $\lambda_1^{43} + \lambda_2^{43}$ ,  $\lambda_1^{44} + \lambda_2^{44}$ ,  $\lambda_1^{45} + \lambda_2^{45}$ ,  $\lambda_1^{46} + \lambda_2^{46}$ ,  $\lambda_1^{47} + \lambda_2^{47}$ ,  $\lambda_1^{48} + \lambda_2^{48}$ ,  $\lambda_1^{49} + \lambda_2^{49}$ ,  $\lambda_1^{50} + \lambda_2^{50}$ ,  $\lambda_1^{51} + \lambda_2^{51}$ ,  $\lambda_1^{52} + \lambda_2^{52}$ ,  $\lambda_1^{53} + \lambda_2^{53}$ ,  $\lambda_1^{54} + \lambda_2^{54}$ ,  $\lambda_1^{55} + \lambda_2^{55}$ ,  $\lambda_1^{56} + \lambda_2^{56}$ ,  $\lambda_1^{57} + \lambda_2^{57}$ ,  $\lambda_1^{58} + \lambda_2^{58}$ ,  $\lambda_1^{59} + \lambda_2^{59}$ ,  $\lambda_1^{60} + \lambda_2^{60}$ .





# 一流课程资源

## 课程试卷

六、(10分) 设 $A, B \in F^{n \times n}$ ,  $\lambda, \mu \in F$ , 满足 $AB + \lambda A + \mu B = O$ ,  $\lambda\mu \neq 0$ . 证明:  $A$ 可对角化的充分必要条件是 $B$ 可对角化.

证明 (法一) (胡祎晗祺, 金昌麒, 梅书豪, 王珂峥, 王遂, 张超 等)

充分性 由 $B$ 可对角化可 (法五) (阮俊伟, 王瑞吉, 王泽晟, 吴达隆等) 对任意 $\alpha \in V$ ,  $\alpha = (\alpha, \xi_1)\xi_1 + (\alpha, \xi_2)\xi_2 + \cdots + (\alpha, \xi_n)\xi_n = (\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)((\alpha, \xi_1), (\alpha, \xi_2), \cdots, (\alpha, \xi_n))^T$ . 因此 $\varphi$ 和 $\psi$ 在 $\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n$ 下的矩阵 $A, B$ 分别为

$$0 = (AB + \lambda A$$

若 $\lambda + \lambda_i = 0$ , 则

$$A = \begin{pmatrix} (\varphi(\xi_1), \xi_1) & (\varphi(\xi_2), \xi_1) & \cdots & (\varphi(\xi_n), \xi_1) \\ (\varphi(\xi_1), \xi_2) & (\varphi(\xi_2), \xi_2) & \cdots & (\varphi(\xi_n), \xi_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\varphi(\xi_1), \xi_n) & (\varphi(\xi_2), \xi_n) & \cdots & (\varphi(\xi_n), \xi_n) \end{pmatrix},$$
$$B = \begin{pmatrix} (\psi(\xi_1), \xi_1) & (\psi(\xi_2), \xi_1) & \cdots & (\psi(\xi_n), \xi_1) \\ (\psi(\xi_1), \xi_2) & (\psi(\xi_2), \xi_2) & \cdots & (\psi(\xi_n), \xi_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\psi(\xi_1), \xi_n) & (\psi(\xi_2), \xi_n) & \cdots & (\psi(\xi_n), \xi_n) \end{pmatrix}.$$

学生拥有冠名权



# 一流课程资源

## 难题征答

行列式  
矩阵  
线性空间  
线性映射  
多项式  
特征值  
相似标准型  
二次型  
内积空间  
双线性型

### 常用软件

TeX-2.2.4  
TeX-Fonts  
RealPlayer10  
FlashPlayer  
FlashPaper2

### 难题征答



“难题解答”作为一个难题征集和解答的一个平台，面向所有读者。邮箱为：algebraabc@163.com。

帮助信息

#### 矩阵-13

[矩阵-13] 设  $m$  为给定的正整数。证明：对任意的正整数  $n, l$ ，存在  $m$  阶方阵  $X$  使得

$$X^n + X^l = E + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ m-1 & m-2 & m-3 & \cdots & 1 & 0 \\ m & m-1 & m-2 & \cdots & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(第六届中国大学生数学竞赛预赛试题)

参考答案：答案1 答案2

#### 矩阵-12

[矩阵-12] 设  $A$  是  $m \times n$  阶矩阵， $B$  是  $s \times t$  阶矩阵， $C$  是  $m \times t$  阶矩阵。

(1) 求证：若矩阵方程  $AXB = C$  有解，则

$$\text{rank}(A) = \text{rank}(A, C) \text{ 且 } \text{rank}(B) = \text{rank} \begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix};$$

(2) 问 (1) 中逆命题是否成立？若成立，请给予证明；若不成立，请举反例。

(3) 在什么情况下，(1) 中的解是唯一的？请证明结论。

(厦门大学 2011 年景润杯数学竞赛题)

参考答案：答案1 答案2 答案3

行列式  
矩阵  
线性空间  
线性映射  
多项式  
特征值  
相似标准型  
二次型  
内积空间  
双线性型

### 常用软件

TeX-2.2.4  
TeX-Fonts  
RealPlayer10  
FlashPlayer  
FlashPaper2

### 难题征答



“难题解答”作为一个难题征集和解答的一个平台，面向所有读者。邮箱为：algebraabc@163.com。

帮助信息

#### 线性映射-5

[线性映射-5]: 设  $V$  是线性空间， $L(V)$  表示  $V$  上的线性变换全体，设  $V = W \oplus N$ ，

$\sigma \in L(V), \forall \alpha = x + y \in V, x \in W, y \in N, \sigma(\alpha) = x, \tau \in L(V)$ ，则  $\sigma\tau = \tau\sigma \Leftrightarrow W$  和  $N$  在  $\tau$

之下不变。

(四川内江师院陈鑫问)

参考答案：答案1 答案2

#### 线性映射-4

[线性映射-4]: 设  $V$  是数域  $P$  上的有限维线性空间，对  $V$  中  $m$  个向量组成的向量组  $S = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m\}$ ，定义  $P^{1 \times m}$  的集合  $W_S = \{(a_1, a_2, \dots, a_m) | a_i \in P, \sum_{i=1}^m a_i \xi_i = 0\}$ 。设  $S = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m\}$ ， $S' = \{\xi'_1, \xi'_2, \dots, \xi'_m\}$  为两个向量组。

(1) 证明： $W_S$  是  $P$  上的线性空间；

(2) 证明：存在  $V$  中线性变换  $T$  使得  $T(\xi_i) = \xi'_i, i = 1, 2, \dots, m$  的充分必要条件是  $W_S \subseteq W_{S'}$ ；

(3) 证明：存在  $V$  中可逆线性变换  $T$  使得  $T(\xi_i) = \xi'_i, i = 1, 2, \dots, m$  的充分必要条件是  $W_S = W_{S'}$ 。

(厦门大学数学学院 04 级 陈林能 2007 年南开大学考研题)

参考答案：答案1 答案2 答案3 答案4

#### 线性映射-3

[线性映射-3]: 用  $R$  表示实数域，定义  $R^n$  的映射  $f$  如下：

$$f(X) = |x_1| + \cdots + |x_r| - |x_{r+1}| - \cdots - |x_{r+s}|, \forall X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n,$$

面向校内外所有学习者





# 国家精品课程 <http://gdjpkc.xmu.edu.cn>

总访问量	633.6万人次
平均每天访问量	约1000人次
总下载和查看	645.7万次
教学视频	46.3万次 (网站) +246万次 (其他)
难题解答	线上解答数千题 观看8.2万次
电子课件	下载和观看 63.1万次
课程教案	下载和观看 88.3万次
课程试卷	下载和观看 65.2万次
考研竞赛题选	下载和观看 59.8万次
应用与实验	下载和观看 46.5万次
<b>校外访问量占95%</b>	

**高等代数**  
国家精品课程 2007  
福建省精品课程 2003  
厦门大学精品课程 2003

课程简介 | 教学大纲 | 教师队伍 | 课程信息 | 课程教案 | 电子课件 | 教学录像 | 方法选讲 | 参考书目 | 应用与实验  
课程试卷 | 基础训练 | 考研竞赛题选 | 难题解答 | 教学论坛 | 效果评价 | 访问统计 | 教学研讨会

高等代数 课程简介

《高等代数》是数学学科的一门传统课程。在当今世界的数学内部学科趋于统一性和数学在其他学科的广泛应用性的今天,《高等代数》以其追求内容结构的清晰刻画和作为数学应用的基础,是大学数学各个专业的主干基础课程。它是数学在其它学科应用的必需基础课程,又是数学修养的核心课程。

代数学是厦门大学数学科学学院的重要研究方向之一,代数学研究群体和研究成果在国内有一定的影响。《高等代数》课程教学组已经形成一个学术造诣较高,结构合理,人员稳定,教学水平高,教学效果好的教师队伍。讲课教师都是具有博士学位具有高级职称的中青年教师。课程教学组坚持教学与科研互相结合,互相促进的原则,讲课教师从事代数学或数值代数方向的研究。

本课程建设坚持以人为本的教学理念和措施,多方位地进行教学方法改革,不断提高教学质量。讲课内容突出代数学的基本思想方法,揭示课程内部的本质的有机联系。重点加大《高等代数》精品课程网站建设的力度,结合教学过程继续丰富课程网上内容。制作多媒体课件,将板书和多媒体课件有机结合起来。鼓励和激励学生利用数学软件,开展数学实验,完成上机作业。网站全部资源对外开放共享。

本课程为国家精品资源共享课(2013年)、国家精品课程(2007年)、福建省精品课程(2003年)、厦门大学精品课程(2003年)。同时在中国大学MOOC上开课《高等代数(上)》和《高等代数(下)》。课程负责人:国家万人计划领军人才、国家教学名师林亚南教授;网站负责人:林鹭副教授。

厦门大学数学科学学院 Copyright@2004 管理入口 电子信箱

51La  
iiScan  
您是第: 2850559 位访客





# 高等代数及高等代数习题课MOOC

高等代数(上) <http://www.icourse163.org/course/XMU-1001951004>



高等代数(上) 国家精品

厦门大学 林亚南、杜妮、林鹭

厦门大学的高等代数慕课前六期上下集共有17万人次选修。这是在国家级精品课程、资源共享课程基础上打造的线上课程。欢迎集体选用。目前相应的高等代数习题课也上线中国大学MOOC。

9883人参加 进行至第13周

高等代数(下) <http://www.icourse163.org/course/XMU-1002554004>



高等代数(下) 国家精品

厦门大学 林亚南、杜妮、林鹭

厦门大学的高等代数慕课前六期上下集共有17万人次选修。这是在国家级精品课程、资源共享课程基础上打造的线上课程。欢迎集体选用。目前相应的高等代数习题课也上线中国大学MOOC。

8213人参加 进行至第13周

高等代数习题课 <https://www.icourse163.org/learn/XMU-14620861>



高等代数习题课

厦门大学 杜妮、林鹭、林亚南

“高等代数(习题课)”是和“高等代数”MOOC相匹配的课程,也可以作为《线性代数》的提高课程。识点串讲,精选例题,助你熟悉解题的思路与技巧;领悟数学的思想和方...

4470人参加 进行至第10周



课程类别: 全部 一流课程

开课平台: 全部 爱课程(中国大学MOOC) 学堂在线 智慧树 学银在线 重庆高校在线开放课程平台

课程类别: 全部 一流课程

开课平台: 全部 爱课程(中国大学MOOC) 学堂在线 智慧树 学银在线

为您找到 高等代数 相关课程 34 门



高等代数(上)

厦门大学 林亚南

“高等代数”是数学各专业的基础课程,也是数学修养的核心课程。“高等代数(上)”包同构对应的思想方法,力求突出几何直观与矩阵方法的对应和互动,力求尊重学生的认知规

爱课程(中国大学MOOC) 10万+人选课 19

MOOC迄今为止选课人数**24.4万**  
国家高等教育智慧教育平台  
**34门**高等代数课程中名列**第一**





# 线上资源优势互补



## MOOC

- 短视频
- 测验
- 讨论区 (图、文件)



## 资源共享课

- 上课实录



## 精品课程

- 上课实录
- 课程试卷
- 考研竞赛题选
- 方法选讲等





# 厦门大学“高等代数”教材建设



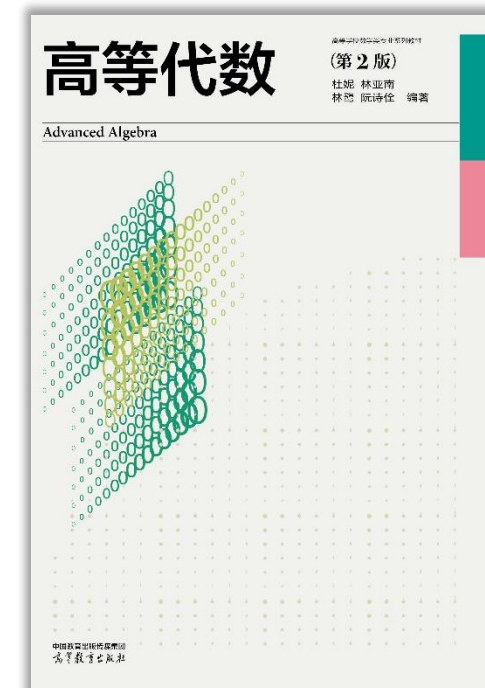
## 高等代数

- 高等教育出版社
- 2013年出版
- 33万字
- 8次印刷



## 高等代数学习辅导

- 高等教育出版社
- 2020年出版
- 46万字



## 高等代数第2版

- 高等教育出版社
- 2022年出版
- 41万字





# “高等代数” 第2版\_内容

## 定理证明及内容编排有不同程度的变动

设  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  是  $V$  的一个基,  $A, B$  均是  $n$  阶方阵,  $X, Y$  是  $n$  维列向量, 我们首先指出以上的“形式”写法具有的一些运算规律:

$$(1) (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)X + (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)Y = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)(X + Y);$$

$$(2) ((\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)A)X = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)(AX);$$

$$(3) ((\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)A)B = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)(AB).$$

补充“形式”记号满足的运算规律





# “高等代数” 第2版\_内容

## 定理证明及内容编排有不同程度的变动

**定理 5.3.3(中国剩余定理)** 设  $p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x) \in F[x]$  是两两互素的多项式. 则对于  $g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x) \in F[x]$ , 其中  $\deg g_i(x) < \deg p_i(x)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), 存在唯一  $g(x), q_1(x), q_2(x), \dots, q_m(x) \in F[x]$ , 使得

$$\deg g(x) < \sum_{i=1}^m \deg p_i(x),$$

且

$$g(x) = p_i(x)q_i(x) + g_i(x) \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

**证明** 由引理 5.3.2, 存在  $f_i(x) (i = 1, 2, \dots, m)$ , 使

$$f_i(x) = l_i(x)p_i(x) + 1, \quad f_i(x) = h_{ij}(x)p_j(x) \quad (i \neq j).$$

令  $f(x) = \sum_{i=1}^m f_i(x)g_i(x)$ . 根据带余除法, 有

$$f(x) = t(x) \prod_{i=1}^m p_i(x) + g(x), \text{ 这里 } \deg g(x) < \deg \prod_{i=1}^m p_i(x) = \sum_{i=1}^m \deg p_i(x).$$

我们指出  $g(x) \neq 0$ . 否则, 对于固定的  $j$ , 有  $p_j(x)|f(x)$ , 即  $p_j(x)|\sum_{i=1}^m f_i(x)g_i(x)$ .

又因为  $p_j(x)|f_r(x), r \neq j$ , 所以  $p_j(x)|f_j(x)g_j(x)$ . 再因为  $f_i(x) = l_i(x)p_i(x) + 1$ , 所以  $p_j(x) \nmid g_j(x)$ , 与  $\deg g_j(x) < \deg p_j(x)$  矛盾. 故对于任意给定的  $i (1 \leq i \leq m)$ , 总有

$$\begin{aligned} g(x) &= f(x) - t(x) \prod_{i=1}^m p_i(x) \\ &= \left( \sum_{j \neq i, j=1}^m f_j(x)g_j(x) + f_i(x)g_i(x) \right) - t(x) \prod_{i=1}^m p_i(x) \\ &= \sum_{j \neq i} h_{ji}(x)p_i(x)g_j(x) + (l_i(x)p_i(x) + 1)g_i(x) - t(x) \prod_{i=1}^m p_i(x) \end{aligned}$$

**思考** 同余关系有如下性质:

(1)  $a(x) \equiv 0 \pmod{m(x)}$  的充要条件是  $m(x)|a(x)$ ;

(2) 若  $a(x) \equiv 1 \pmod{m(x)}$ , 则  $(a(x), m(x)) = 1$ ; 反之未必;

(3)  $a(x) \equiv b(x) \pmod{m(x)}, c(x) \equiv d(x) \pmod{m(x)}$ , 则

$$(a(x) + c(x)) \equiv (b(x) + d(x)) \pmod{m(x)};$$

(4)  $a(x) \equiv b(x) \pmod{m(x)}, c(x) \equiv d(x) \pmod{m(x)}$ , 则

$$(a(x)c(x)) \equiv (b(x)d(x)) \pmod{m(x)};$$

(5)  $a(x) \equiv b(x) \pmod{p(x)}, a(x) \equiv b(x) \pmod{q(x)}$ , 且  $(p(x), q(x)) = 1$ , 则

$$a(x) \equiv b(x) \pmod{(p(x)q(x))}.$$

**\*定理 5.3.3 (中国剩余定理)** 设  $p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x) (m \geq 2)$  是数域  $F$  上两两互素的多项式, 则对于  $g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x) \in F[x]$ , 其中  $\deg g_i(x) < \deg p_i(x)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), 存在唯一多项式  $g(x)$ , 使得

$$g(x) \equiv g_i(x) \pmod{p_i(x)}, \quad 1 \leq i \leq m,$$

且  $\deg g(x) < \sum_{i=1}^m \deg p_i(x)$ .

## 补充同余的基本性质、中国剩余定理的证明








# “高等代数” 第2版\_数字资源

## 配备知识点串讲视频、定理精讲视频

中国联通 22:11 97%

<目录 第一章 矩阵

- 
**§1.5 定理 1.5.1行列式的展开式的证明**  
 浏览/下载次数:213/0
- 
**§1.5 定理 1.5.2Laplace定理的证明**  
 浏览/下载次数:64/0
- 
**第一章 矩阵知识点串讲**  
 浏览/下载次数:169/0



精讲视频

**定理 1.5.2 (Laplace 定理)** 设  $A$  是  $n$  阶方阵, 在  $A$  中任意取定  $k$  行 (列), 那么选自这  $k$  行 (列) 的全部  $k$  阶子式与它们所对应的代数余子式的乘积之和等于  $\det A$ . 即若取定  $k$  行  $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ , 则

$$\det A = \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n} A \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_k \\ j_1 & j_2 & \dots & j_k \end{bmatrix} \widehat{A} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_k \\ j_1 & j_2 & \dots & j_k \end{bmatrix}. \quad (20)$$

同样, 若取定  $k$  列  $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n$ , 则

$$\det A = \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} A \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_k \\ j_1 & j_2 & \dots & j_k \end{bmatrix} \widehat{A} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & \dots & i_k \\ j_1 & j_2 & \dots & j_k \end{bmatrix}. \quad (21)$$

教学录像

高等代数

第一章 矩阵

1.5 行列式的展开式

1.5.1 行列式的展开式的证明



§1.5 定理 1.5.1行列式的展开式的证明

浏览/下载次数:215/0



知识点串讲







# “高等代数” 第2版\_数字资源

配备在线自测选择题



单选题 01/10

设  $f(x), p(x) \in F[x]$ ,  $p(x)$  在  $F$  上不可约,  $c \in \mathbb{C}, p(c) = 0$ , 则下列命题正确的有 ( ) 个.

- (1) 若  $f(c) \neq 0$ , 则  $p(x) \nmid f(x)$
- (2) 若  $f(c) = 0$ , 则  $p(x) \mid f(x)$
- (3) 若  $f(c) \neq 0$ , 则  $(p(x), f(x)) = 1$
- (4) 若  $(p(x), f(x)) = 1$ , 则  $f(c) \neq 0$

A 1

上一题 下一题

第五章自测题

100.00分

答题用时: 00:02:14

答题情况 总分100

一.单选题

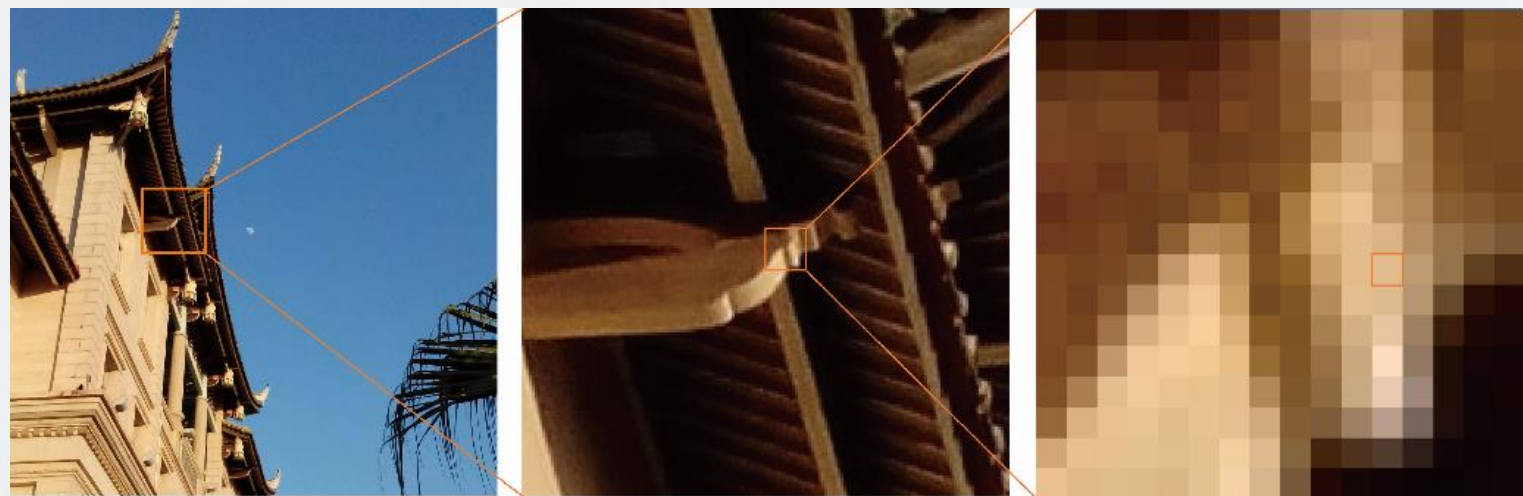
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10



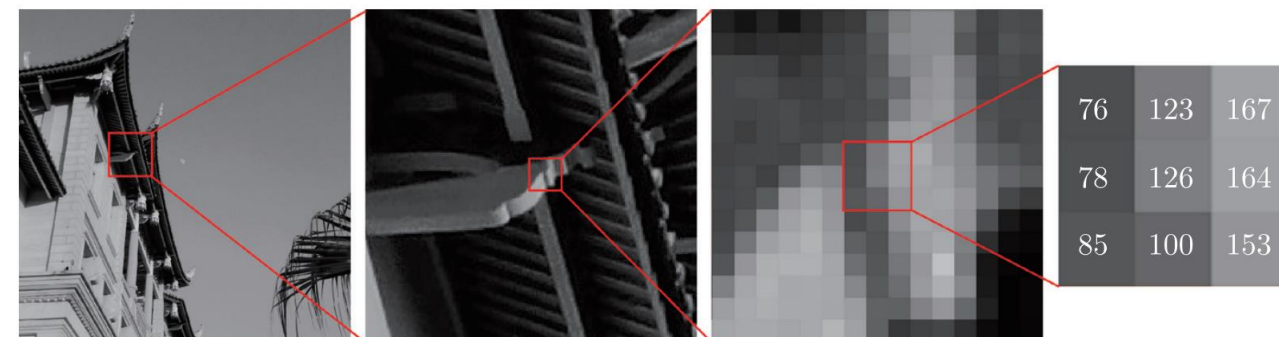


# “高等代数” 第2版\_应用案例

## 增加应用案例，配图力求形象直观



我们日常熟悉的数字图像，实际上也是矩阵。如下述分辨率为  $1440 \times 1440$  的灰度图像，即为一个  $1440 \times 1440$  矩阵，每个矩阵的元对应图像的像素，取值范围为  $0-255$ 。



应用案例





# “高等代数” 第2版\_例题习题

增加例题和习题四百余题

## 复习题 A

1. 设  $V$  是数域  $F$  上的  $n$  维线性空间,  $\varphi$  是  $V$  上的一个线性映射, 且  $\varphi(\xi_1 + \xi_2) = \varphi(\xi_1) + \varphi(\xi_2)$ ,  $\varphi(\xi_1 + \xi_3) = \varphi(\xi_1) + \varphi(\xi_3)$ . 求  $\varphi(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3)$ .

## 复习题 B

1. 设  $V$  是数域  $F$  上的一维线性空间. 证明:  $\varphi = c \text{id}_V$  的充要条件是存在  $c \in F$ , 使得对任意的  $\alpha \in V$ ,  $\varphi(\alpha) = c\alpha$ .
2. 设  $n$  维线性空间  $V$  上的线性变换  $\varphi$  在  $V$  的一组基  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  下的矩阵是  $\begin{pmatrix} c & & \\ & c & \\ & & \ddots \\ & & & c \end{pmatrix}$ . 证明:  $\varphi = c \text{id}_V$ , 其中  $c \in F$ .
3. 设  $\varphi$  是  $n$  维线性空间  $V$  上的线性变换, 满足  $\varphi^2 = \varphi$ . 证明: 存在  $V$  的一组基, 使得  $\varphi$  在这组基下的矩阵是  $\begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$ .

## 复习题 C

1. (1) 设  $V$  是数域  $F$  上的  $n$  维线性空间,  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$  是  $V$  上两两不同的非零线性变换, 求证: 存在  $\alpha \in V$ , 使得  $\varphi_i(\alpha) \neq 0, i = 1, 2, \dots, s$ ;
- (2) 设  $V$  是数域  $F$  上的  $n$  维线性空间,  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$  是  $V$  上两两不同的线性变换, 求证: 存在  $\alpha \in V$ , 使得  $\varphi_1(\alpha), \varphi_2(\alpha), \dots, \varphi_s(\alpha)$  两两不同.
2. 设  $\varphi$  是  $F^{n \times n}$  到  $F$  的线性映射. 证明: 若对任意的  $A, B \in F^{n \times n}$ ,  $\varphi(AB) = \varphi(BA)$ , 则存在  $\lambda \in F$ , 使得对任意  $A \in F^{n \times n}$ ,  $\varphi(A) = \lambda \text{tr} A$ .

■ 复习题A为填空题  
(每章10题)

■ 复习题B为综合题  
(每章16题)

■ 复习题C为选做题  
(每章8题)





# 基于课程资源的教学设计

## 慕课堂练习

中国联通 上午9:28 99%

9-2 规范形

正确率: 25.0%

2/5 判断题 (2分)

设 $n$ 阶实对称矩阵 $A$ 可逆, 则 $A$ 与 $A^{-1}$ 合同,  $A$ 也与 $A^*$ 合同。

正确

错误

正确答案:

题目解析

$A$ 与 $A^{-1}$ 合同, 特征值一

答题榜

课堂累计发布了201题

红榜 黑榜

李... (学号: 10201020202) 正确率85% 答对170题

段... (学号: 10201020202) 正确率84% 答对168题

孔... (学号: 10201020202) 正确率82% 答对165题

杨... (学号: 10201020202) 正确率82% 答对165题

陈... (学号: 10201020202) 正确率80% 答对161题

[查看全部 >](#)

分: 2 总分: 2

为零, 则对任意 $n$ 阶方阵 $B$ ,  $AB$ 的第一\_\_\_\_ (选填“行”, “列”) 元素全为零。

分: 1.7 总分: 2

换。

分: 1.5 总分: 2

论错误的是\_\_\_\_\_。

分: 1 总分: 2

阵。



5-1 一元多项式和运算

练习说明 (选填)

- 判断题 (2分) 若 $f(x), g(x)$ 是数域 $F$ 上的多项式, 满足 $f^2(x)+g^2(x)=0$ , 问是否必有 $f(x)=g(x)=0$ ?
- 填空题 (2分) 设多项式 $f(x)$ 是5次多项式, 则 $f(x)$ 的次数是\_\_\_\_\_。
- 单选题 (2分) 设5次多项式 $f(x)$ 的首项系数是2, 则 $f(x)$ 的首项系数是\_\_\_\_\_。  
 A. 2  
 B. 4  
 C. 32  
 D. 64
- 判断题 (2分) 若 $f(x), g(x)$ 均非零多项式, 则 $f(x)g(x)$ 必是非零多项式。
- 单选题 (2分) 若 $f(x), g(x)$ 都是非零一元多项式, 且次数分别为 $m$ 次和 $n$ 次, 则\_\_\_\_\_。  
 A.  $\deg(fg(x))=\deg(f(x))$   
 B.  $\deg(fg(x))=\deg(g(f(x)))$ , 但 $f(g(x))$ 首项 $\neq g(f(x))$ 首项  
 C.  $\deg(fg(x))\neq\deg(g(f(x)))$ , 但 $f(g(x))$ 首项 $\neq g(f(x))$ 首项  
 D.  $\deg(fg(x))\neq\deg(g(f(x)))$ , 但 $f(g(x))$ 首项 $\neq g(f(x))$ 首项

5-2 整除

练习库

练习库会保存您在备课过程中创建的练习, 以便您在多课堂之间重复使用。

[创建练习](#)

6-3 极小多项式

6-2 可对角化

6-1 特征值和特征向量

线性映射知识回顾

线性空间知识回顾

矩阵与线性方程组回顾

第5章慕课堂小测

5-9 对称多项式-2 5-3 中国剩余定理

5-9 对称多项式

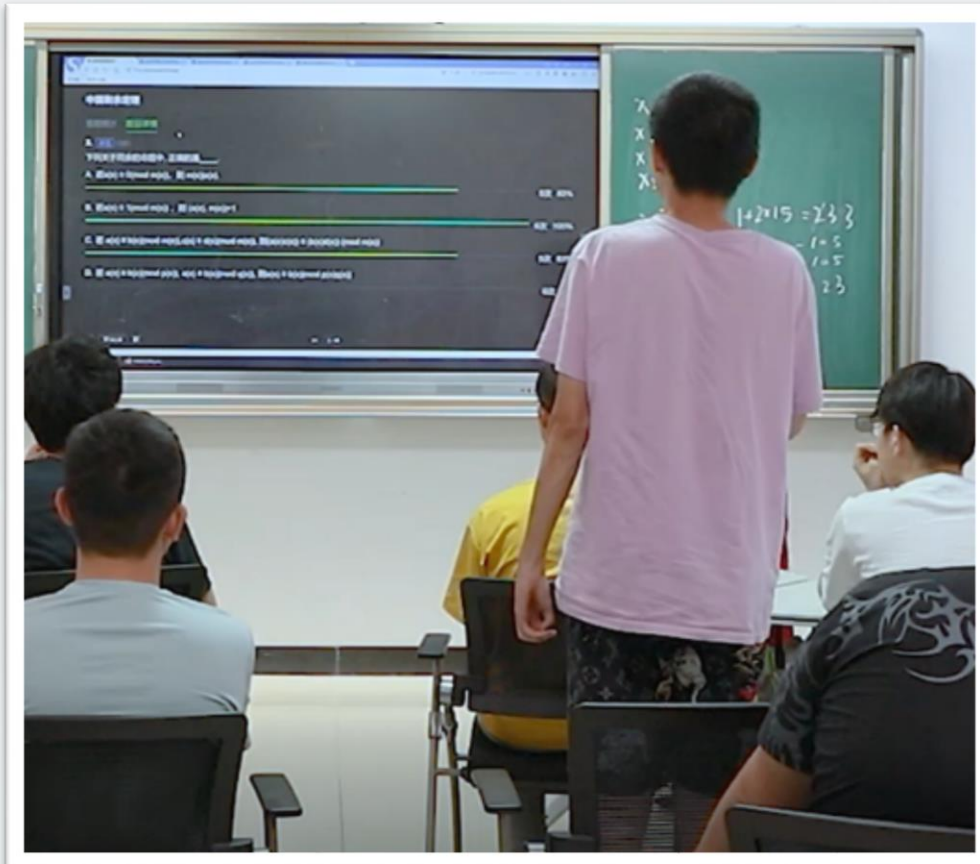
4. 判断题 (2分) 若 $f(x), g(x)$ 均非零多项式, 则 $f(x)g(x)$ 必是非零多项式。

5. 单选题 (2分) 若 $f(x), g(x)$ 都是非零一元多项式, 且次数分别为 $m$ 次和 $n$ 次, 则\_\_\_\_\_。  
 A.  $f(g(x))=g(f(x))$   
 B.  $\deg(fg(x))=\deg(g(f(x)))$ , 但 $f(g(x))$ 首项 $\neq g(f(x))$ 首项  
 C.  $\deg(fg(x))\neq\deg(g(f(x)))$ , 但 $f(g(x))$ 首项 $\neq g(f(x))$ 首项  
 D.  $\deg(fg(x))\neq\deg(g(f(x)))$ , 但 $f(g(x))$ 首项 $\neq g(f(x))$ 首项





# 课堂活动掠影





绵绵发力 久久为功



谢谢大家!

$$\begin{cases} a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$